

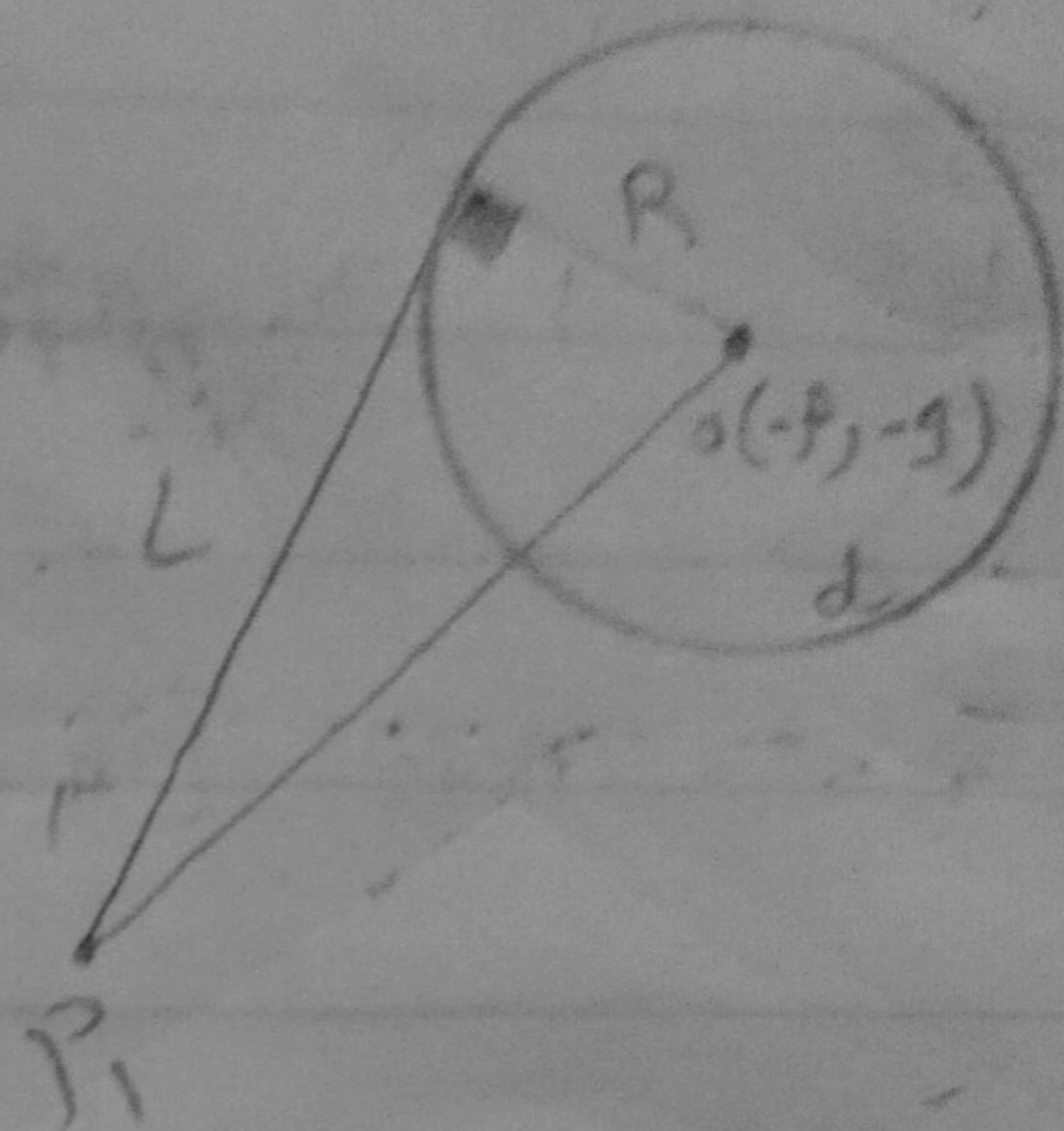
T.L L to d from  $P_1$

$$d: X^2 + y^2 + 2fX + 2gy + C = 0$$

$$L^2 = \overline{OP_1}^2 - R^2$$

$$= (X_1 + f)^2 + (y_1 + g)^2 - f^2 - g^2 + C$$

$$= X_1^2 + y_1^2 + 2fX_1 + 2gy_1 + C$$



$$* L^2 = 0 \Rightarrow P_1 \text{ on } d$$

$$* L^2 < 0 \Rightarrow P_1 \text{ inside } d$$

$$* L^2 > 0 \Rightarrow P_1 \text{ outside } d$$

نقاط على التماس

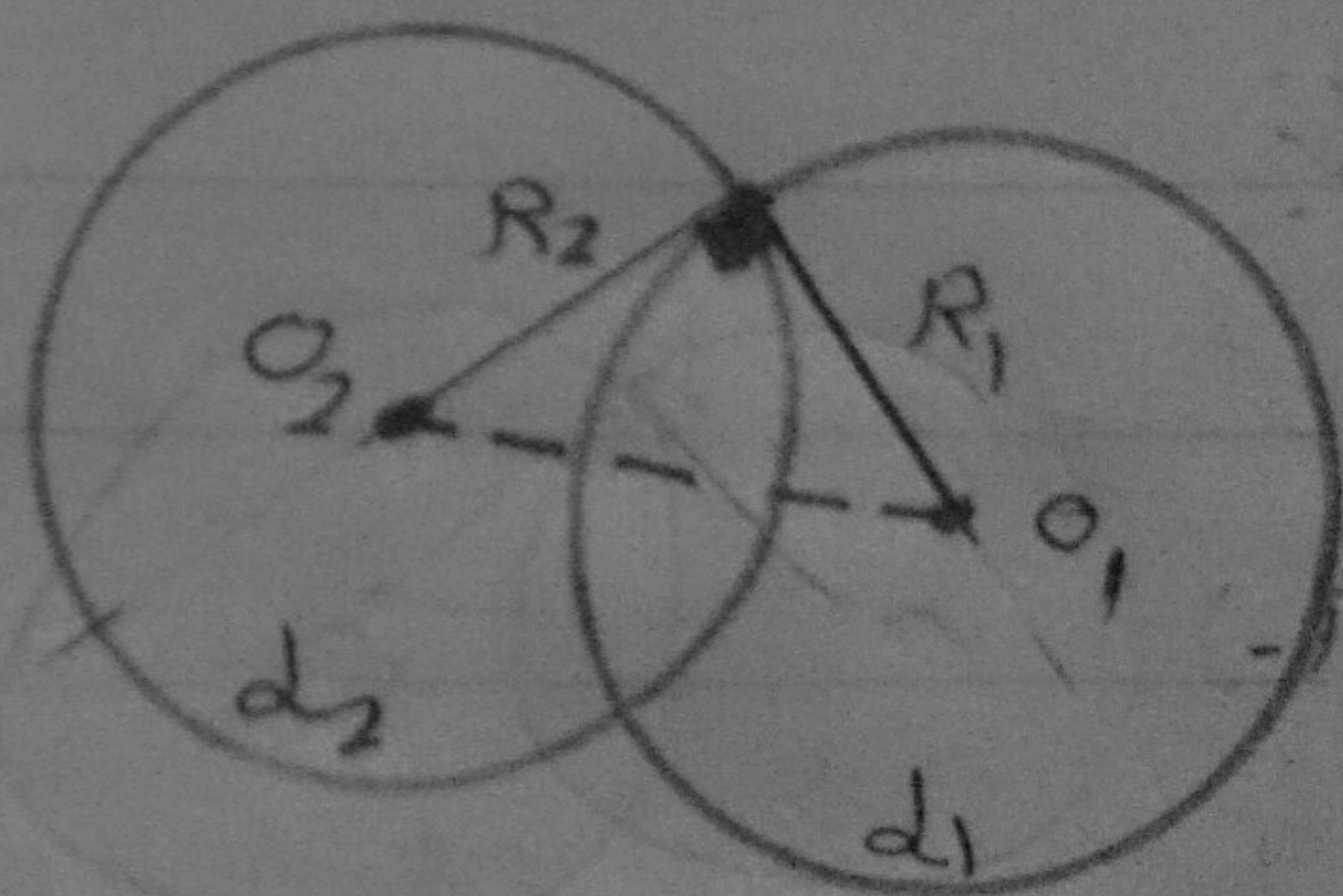
Condition For two circle  $d_1, d_2$  to be intersecting orthogonally

$$d_1: X^2 + y^2 + 2f_1X + 2g_1y + C_1 = 0$$

$$d_2: X^2 + y^2 + 2f_2X + 2g_2y + C_2 = 0$$

$$\overline{O_1O_2}^2 = R_1^2 + R_2^2$$

$$(f_1 - f_2)^2 + (g_1 - g_2)^2 = f_1^2 + g_1^2 - C_1 + f_2^2 + g_2^2 - C_2$$



$(-f, -g)$

$$f_1f_2 + g_1g_2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) \Rightarrow \text{شروط التماس على التماس}$$



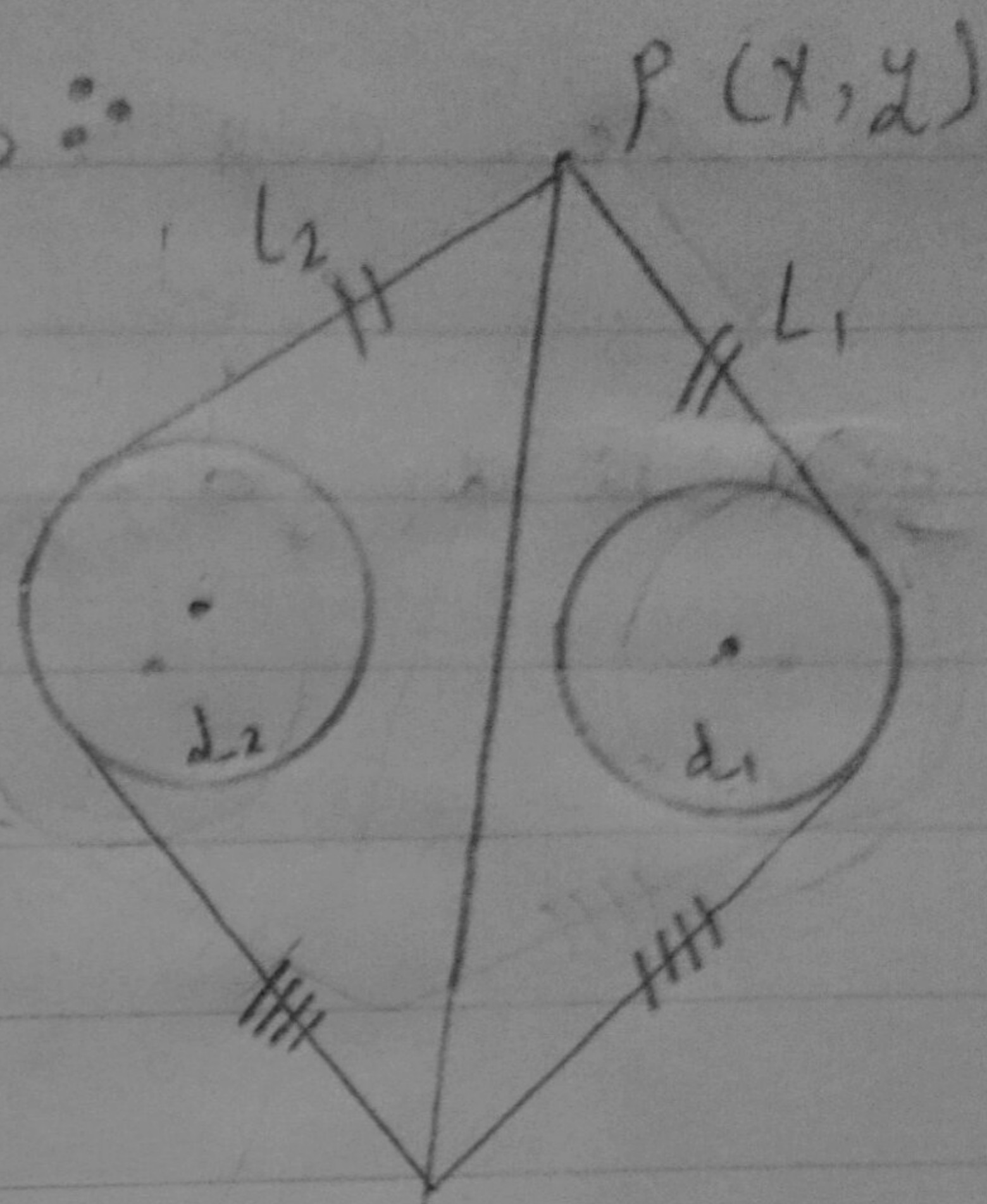
Radical axis of two circles:

$$L_1^2 = L_2^2$$

$$X^2 + Y^2 + 2F_1X + 2G_1Y + C_1$$

$$= X^2 + Y^2 + 2F_2X + 2G_2Y + C_2$$

$$2X(F_1 - F_2) + 2Y(G_1 - G_2) + (C_1 - C_2)$$



NOTES:

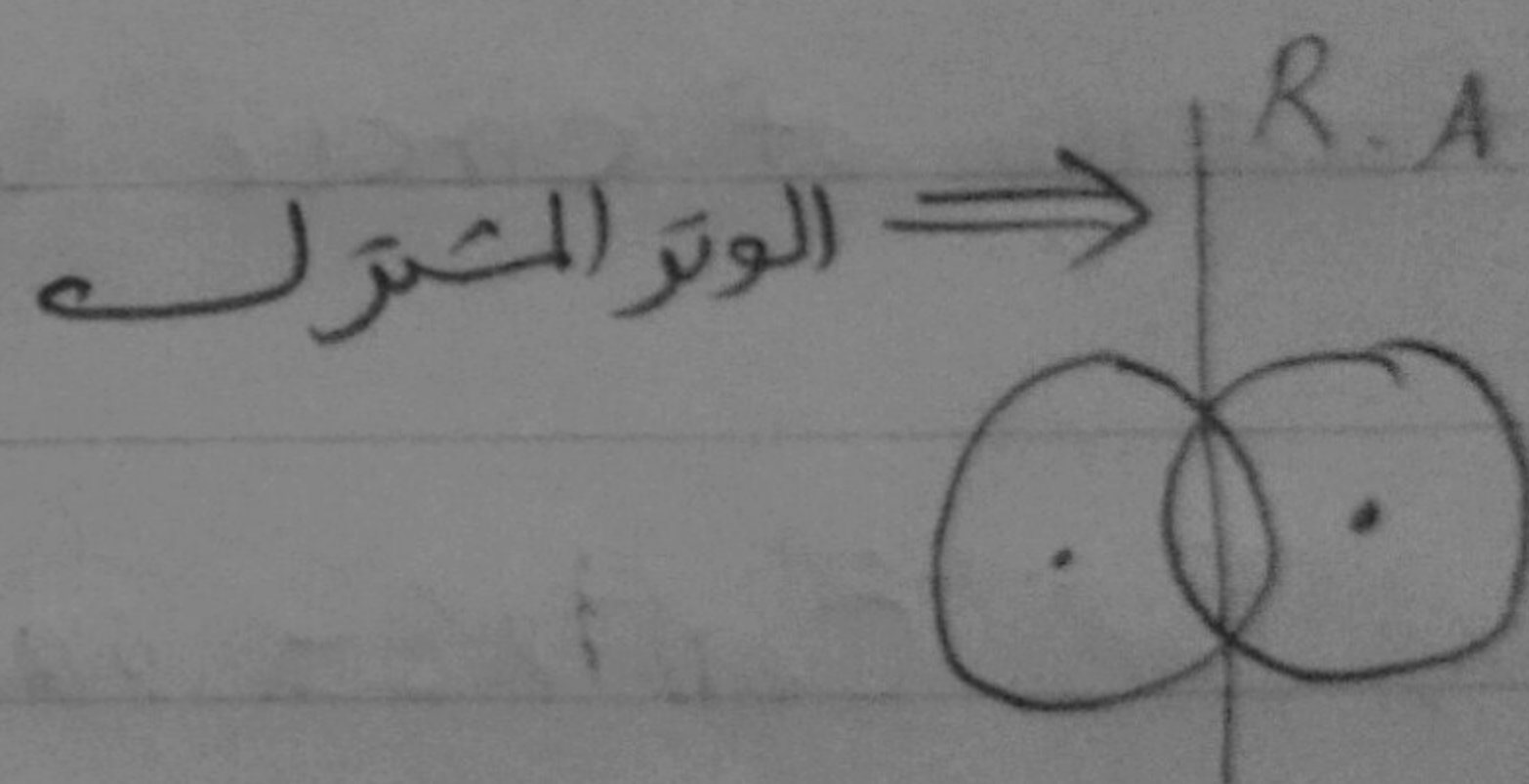
[1] R.A =  $d_1 - d_2$

لازم نغلي معادلات  $X^2 + Y^2$

ياوي ا

[2] if  $d_1, d_2$  متقاطعتان

Then R.A is Common الوتر المشترك



[3] لو كانت الدوائر متماثلة من الداخل أو الخارج

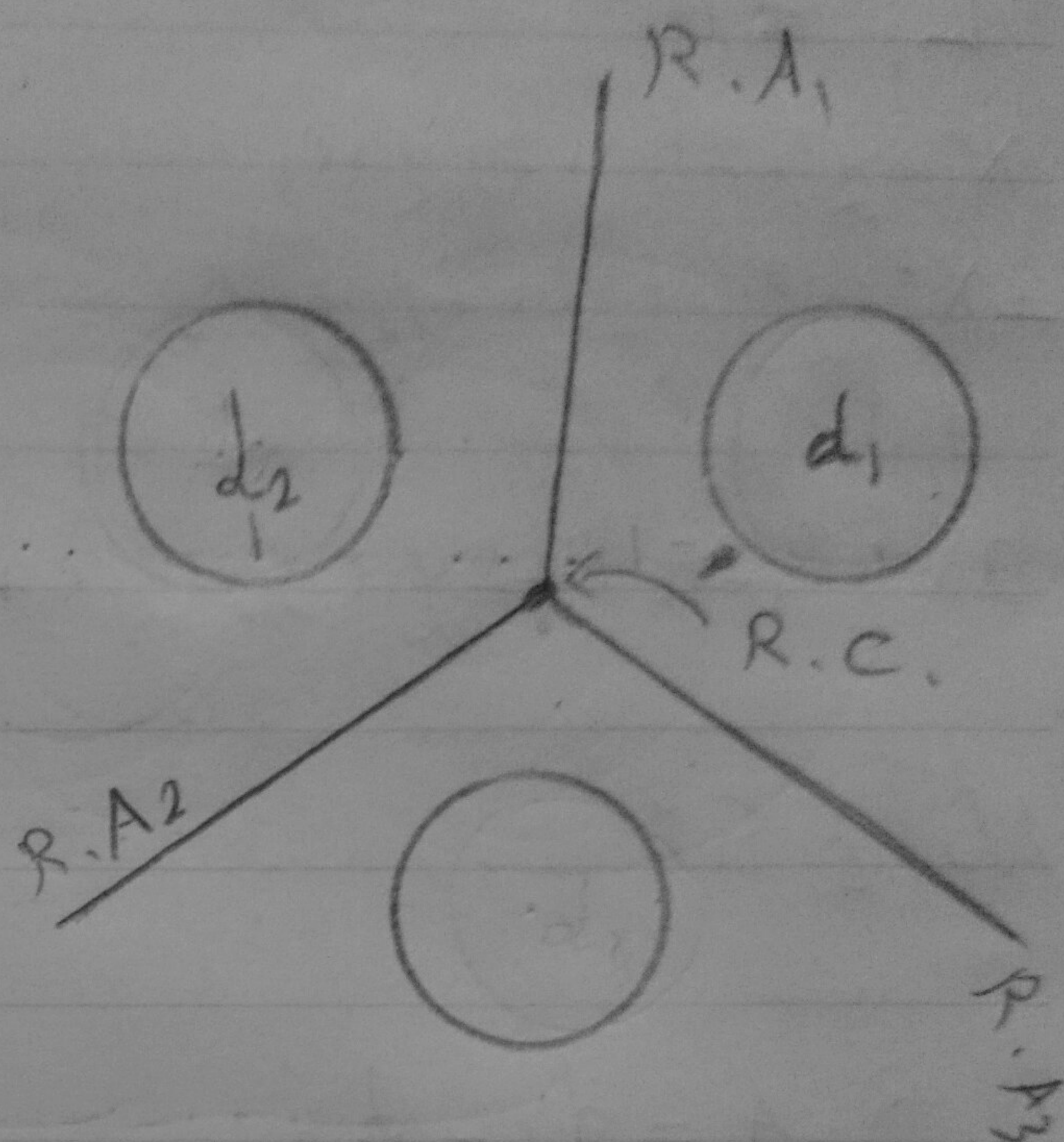
Then R.A is Common Tangent

المماس المشترك



Radical centres R.C. For 3 circles:-

given  $d_1, d_2, d_3$



Family of circle with common axis:-

a) The centres on X-axis

$$x^2 + y^2 + 2Fx + C = 0, \quad C = \text{constant}$$

$$\text{Centres at } (-F, 0) \Rightarrow R = \sqrt{F^2 - C}$$

$$R.A. \text{ of This Family: } 2(F_1 - F_2)X = 0 \Rightarrow \boxed{X = 0}$$

اذا كانت المراكز على محور  $X \Leftarrow$  المحور الآخر لها يقع على محور  $Y$



$$\text{Let } X=0 \Rightarrow y^2 = -C \Rightarrow y = \pm \sqrt{-C}$$

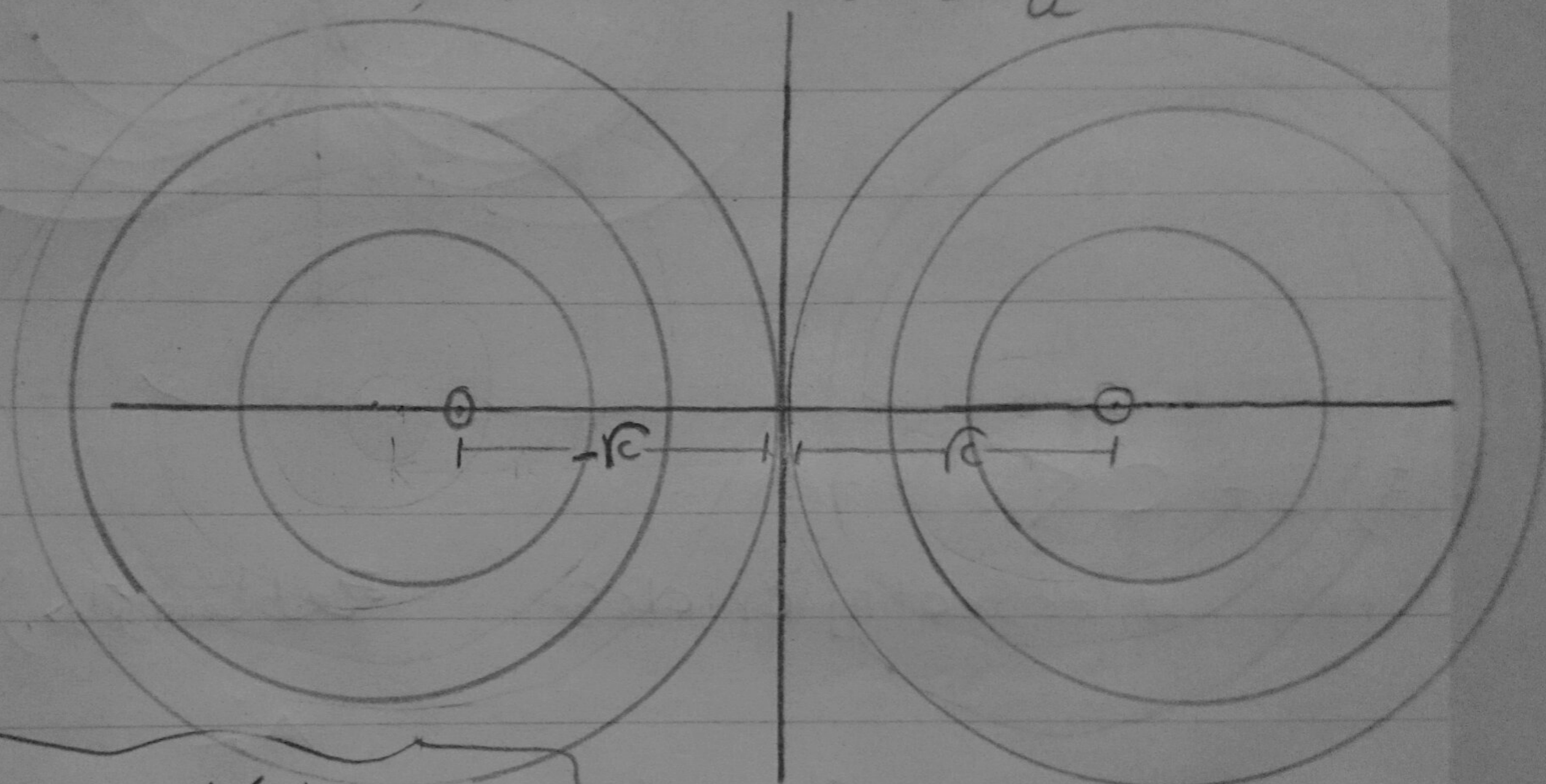
The Family intersect  $y$ -axis at pts  $(0, \pm \sqrt{-C})$

$$(1) \text{ IF } C > 0 \Rightarrow$$

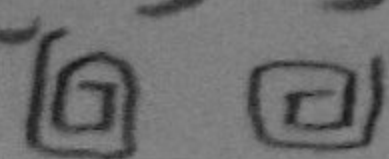
لا يمكن أن تتقاطع في محور المماسات

Then (not intersect circles).

تقاطع فيما بينها



دول كاهي > وائر غير متقاطعة



وغير متحدة المركز

$\exists$  Two limit pts

$$R^2 = F^2 - C = 0 \Rightarrow F = \pm \sqrt{C}$$

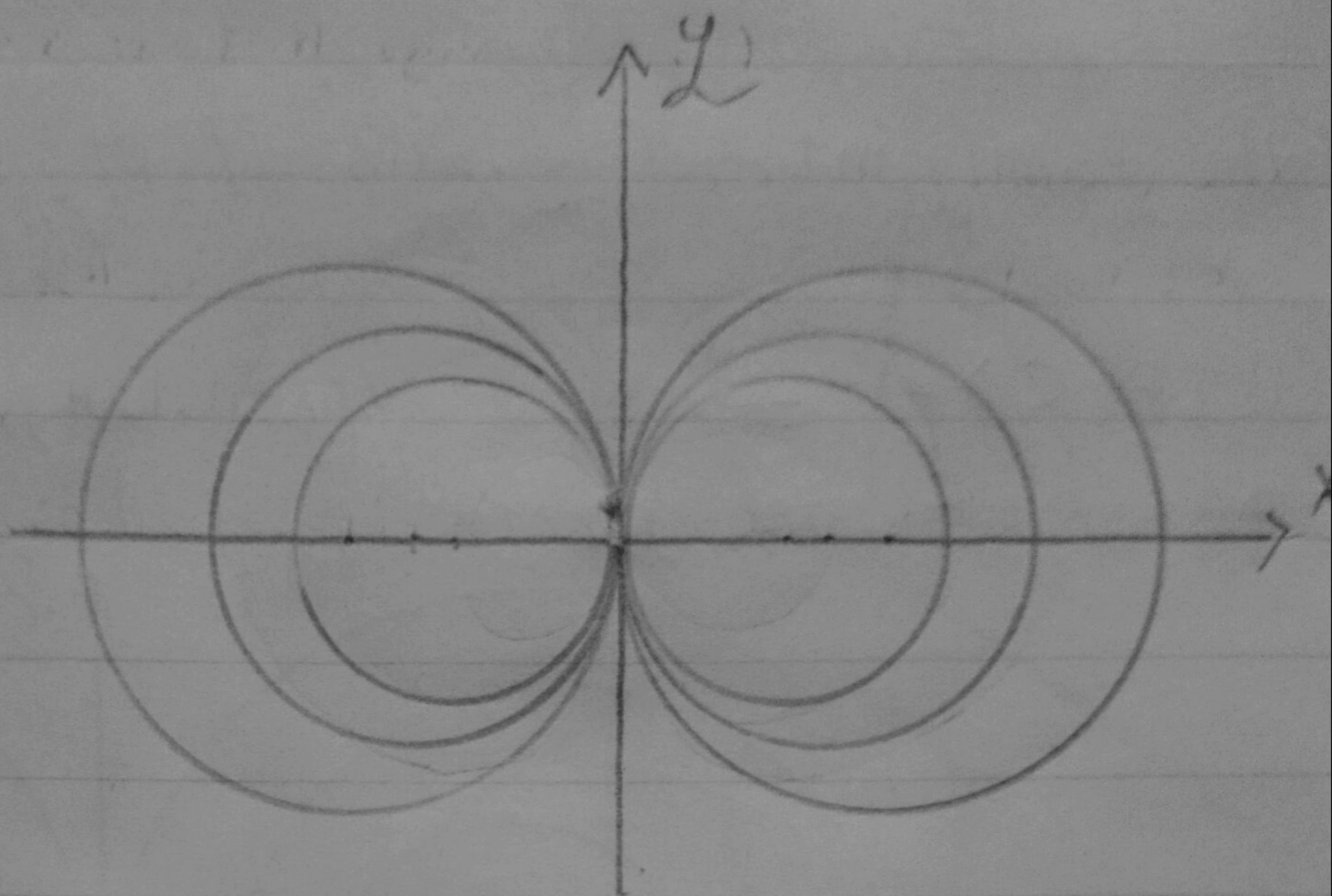
limit pt: هي عنصر من عناصر المجموعة (دائرة)

مر كوك خاص النقطة تتقاطع على محور  $X$ ,  $R=0$



[2] If  $C = 0 \Rightarrow$  الدوائر تَمَسُّ بعضها البعض

$\exists$  one limit point  
is  $(0,0)$

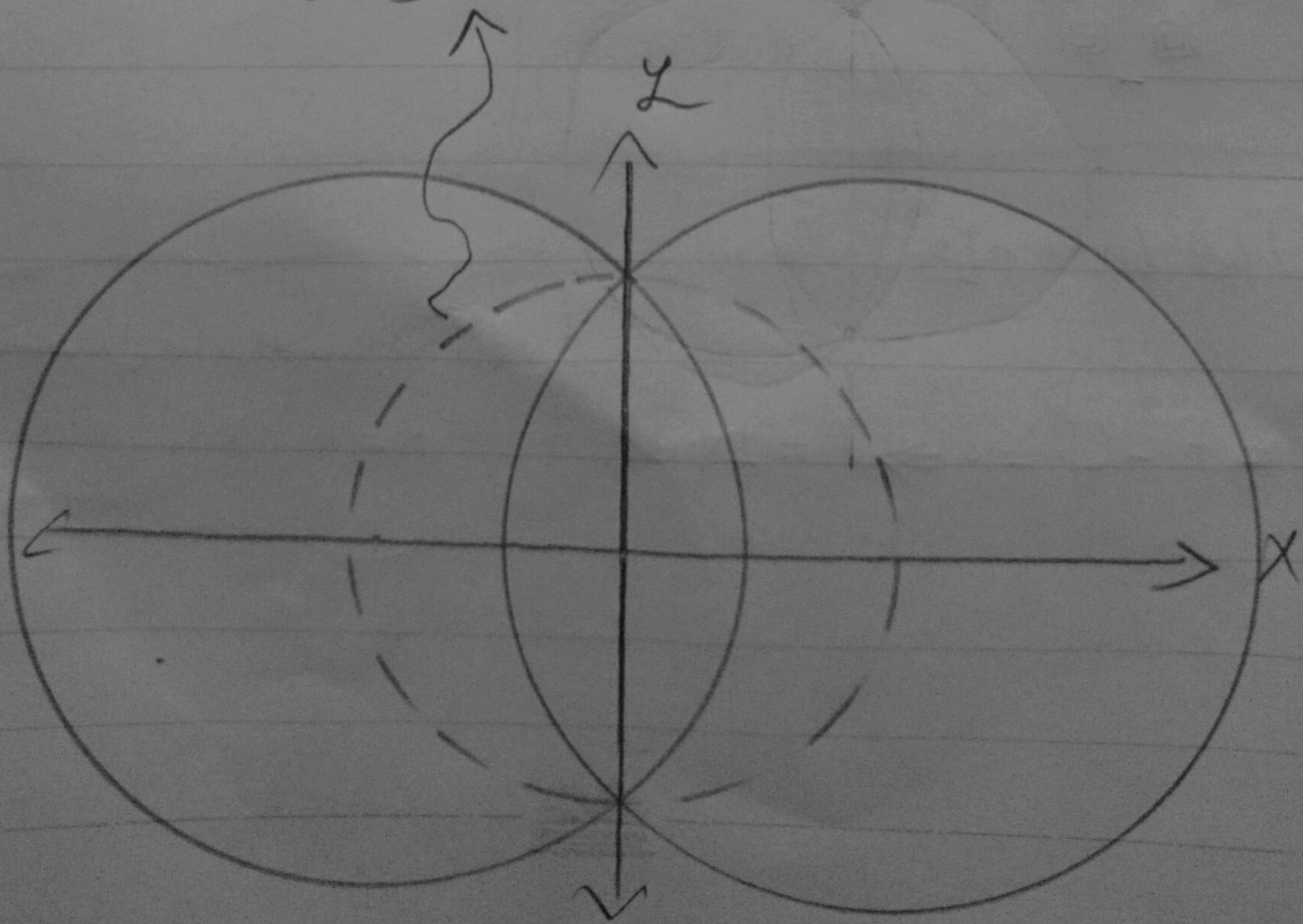


[3] If  $C < 0$

(Intersecting circles

دوائر متقاطعة)

أصغر دائرة من دوائر المجموعة





إذا علمت عناصر المجموعة متحدة المحاور  
نكتب الصورة العامة لمعادلة المجموعة كالآتي :

given  $d_1, d_2$  of This Family

Then The eqn of The Family is given by

$$\boxed{d_1 + 1d_2 = 0}$$

$$R.A. = d_2 - d_1 = 0 \Rightarrow d_2 = R.A. + d_1$$

$$d_1(1+1) + 1R.A. = 0$$

$$\text{or } \boxed{d_1 + \mu R.A. = 0}$$

$$\mu = \frac{1}{1+1}$$



EX: Find The circle Passing thr 0 and the  
pts of inter section bet. the line

$$L: 3x + 2y + 4 = 0 \quad \& \quad d: x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0$$

Soln

Any circle passing thr (1), (2) is:

$$d + \lambda L = 0$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 + \lambda(3x + 2y + 4) = 0$$

$$0 + 0 + 0 + 0 + 2 + \lambda(0 + 0 + 4) = 0$$

$$4\lambda = -2$$

$$\lambda = -\frac{1}{2}$$

---



EX: Find the circle touches  $d_1: x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$   
at  $P_1(1, 3)$  and passing thr  $P_2(3, -1)$

Sol<sub>2</sub>

Any circle passing thr  $P_1, P_2$  is given by

$$x^2 + y^2 - 4y + 2 + \lambda(x-1)^2 + (y-3)^2 = 0$$

$(3, -1)$  نفوض

$\lambda = \checkmark$

